



# Una propuesta para el diseño de un test de estrés del mercado de renta variable frente a un escenario energético

Javier Ojea Ferreiro

Documento de Trabajo  
Nº 69





---

# Una propuesta para el diseño de un test de estrés del mercado de renta variable frente a un escenario energético

Javier Ojea Ferreiro (\*)

**Documento de trabajo N.º 69**

Junio 2019

(\*)Universidad Complutense de Madrid y Comisión Nacional del Mercado de Valores. Las opiniones expresadas y los posibles errores pertenecen al autor y no necesariamente corresponden a la CNMV. Emails: [jojea@ucm.es](mailto:jojea@ucm.es)/[javier.ojea@cnmv.es](mailto:javier.ojea@cnmv.es).

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Educación (beca FPU15/04241). Agradezco los comentarios aportados por Carlo Giovanni Boffa y Juan Carlos Reboredo. Este artículo se presentó en la CNMV el 20 de diciembre del 2018, en la 12.ª RGS Doctoral Conference in Economics el 19 de febrero de 2019 y en la Universidad del País Vasco (UPV/EHU) el 1 de marzo del 2019 y en el Banco Central Europeo (BCE-DGMF) el 30 de abril del 2019. Los comentarios y sugerencias de los asistentes a estos seminarios y conferencias fueron muy útiles a la hora de mejorar el presente estudio.

La Comisión Nacional del Mercado de Valores publica este Boletín con el objetivo de facilitar la difusión de estudios que contribuyan al mejor conocimiento de los mercados de valores y su regulación.

Las opiniones expresadas en los artículos del Boletín reflejan exclusivamente el criterio de los autores y no deben ser atribuidas a la Comisión Nacional del Mercado de Valores.

Esta publicación, como la mayoría de las elaboradas por la Comisión Nacional del Mercado de Valores, está disponible en el sitio web [www.cnmv.es](http://www.cnmv.es).

© CNMV. Se autoriza la reproducción de los contenidos de esta publicación siempre que se mencione su procedencia.

ISSN (edición electrónica): 1988-2025

Maqueta: Estudio Grafimarque SL

## Resumen

Este artículo propone una metodología flexible que capta la asimetría y los potenciales cambios estructurales en la relación entre el mercado de renta variable y el mercado del petróleo. El modelo recoge la mayor dependencia entre ambos mercados en situaciones de estrés. El estudio analiza la respuesta de la renta variable europea a una situación extrema (un *shock*) en el mercado energético. El ejercicio tiene una relevancia especial, dado el creciente interés en los riesgos de una transición disruptiva a una economía de bajo consumo de carbono.



# Índice

---

<b>Resumen</b>	<b>5</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>11</b>
<b>2. Revisión de la literatura</b>	<b>13</b>
<b>3. Metodología</b>	<b>17</b>
3.1 El concepto de CoVaR	17
3.2 La metodología de cópulas	18
3.3 Distribución marginal y estructura de dependencia	19
3.3.1 Distribución marginal	19
3.3.2 Estructura de dependencia	20
Datos	24
Ejercicio empírico	25
3.4 Test de razón de verosimilitudes	25
3.5 Estados bajo el modelo de Switching Markov	26
3.6 Test de estrés de la métrica de riesgo VaR de los índices de renta variable a un shock en el petróleo	28
<b>4 Conclusiones</b>	<b>31</b>
<b>5 Apéndice</b>	<b>33</b>
Apéndice A: Formas funcionales de las cópulas óptimas seleccionadas	33

---





## Índice de cuadros

TABLE 1	Principales características de dependencia en la cola para cada cópula	21
TABLE 2	Valores estadísticos razón de verosimilitudes y p-valor obtenido mediante un procedimiento de <i>bootstrapping</i>	26
TABLE 3	Parámetros estimados para la distribución conjunta usando una mixtura de cópulas donde sus pesos vienen dados por la probabilidad de encontrarnos en cada estado	27

## Índice de gráficos

GRÁFICO 1	Simulación de dos variables uniformes con dependencia definida por una cópula	22
GRÁFICO 2	Correlación cambiante en el tiempo entre rendimientos de bolsa y rendimientos derivados del petróleo	25
GRÁFICO 3	Probabilidades suavizadas de encontrarnos en cada uno de los estados	28
GRÁFICO 4	Cambio del <i>Var</i> de la bolsa frente a un escenario bajista para el precio del petróleo	29
GRÁFICO 5	Cambio del <i>Var</i> de la bolsa frente a un escenario alcista para el precio del petróleo	30



# 1 Introducción

Los acuerdos de París abogan por una reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero con el objetivo de propiciar una transición energética hacia una economía donde la principal fuente de energía sea renovable. La Comisión Europea tomó medidas en esta dirección con la publicación de la Directiva 2009/28/EC del Parlamento Europeo y del Consejo, de 23 de abril de 2009, relativa al fomento del uso de energía procedente de fuentes renovables (RED, por sus siglas en inglés), que propone una reducción del 70% del uso de combustibles fósiles para 2050. Estas medidas deben considerarse conjuntamente con la realización del análisis de la exposición de los principales sectores de la economía a movimientos extremos en los precios de los combustibles fósiles, de tal manera que permitan monitorizar dicha transición y evitar dañar a la economía durante este proceso. Este artículo hace una propuesta sobre el diseño de un test de estrés que sirva como herramienta para identificar potenciales *spillovers*, sin ignorar las conexiones que pueden surgir por otras variables relacionadas con el ciclo económico. El mercado de renta variable presenta multitud de canales de transmisión con los combustibles fósiles. Un amplio número de industrias emplean productos derivados del petróleo como factores de producción, entre otros, queroseno o materiales plásticos. Unos mayores costes de producción podrían afectar a los rendimientos de las empresas y a sus precios de venta, y generar procesos inflacionarios.

Para así, evitar llegar a conclusiones erróneas al realizar el análisis econométrico, es necesario tener en cuenta una serie de rasgos que aparecen en los datos empíricos de rendimientos de la bolsa y del precio del petróleo. Se identifican cuatro características en la literatura que deben tenerse en cuenta a la hora de establecer las relaciones entre las variables de estudio: las no-linealidades, los cambios estructurales, los comportamientos asimétricos y la dependencia en las colas de sus distribuciones (*i. e.*, la mayor probabilidad de tener observaciones extremas en un mercado cuando se observan realizaciones extremas en el otro).

La combinación de un modelo de regímenes cambiantes estocásticos, *i.e.* modelos Markov switching, con una metodología de cópulas permite encontrar patrones ocultos en los datos y arrojar luz sobre posibles cambios en la dependencia en la cola. Hasta el momento, ningún estudio ha considerado combinar dichos enfoques para así responder a las preguntas sobre el comportamiento de la bolsa condicionada al escenario para los precios del petróleo.

Los resultados del Eurostoxx y sus subsectores durante el periodo 2000-2015 recogen las pérdidas semanales máximas, superadas solo dos veces al año. Este artículo afronta el reto de transformar el impacto de escenarios extremos en los precios del petróleo en una medida útil para la gestión del riesgo, mejorando la educación financiera de los inversores. El Valor en Riesgo Condicional (*CoVaR*) ofrece una manera simple de resumir esta información compleja, a través de la

medición de la cartera que integra los valores de renta variable, a los riesgos asociados a los precios del petróleo. La atención en los sectores productivos tiene un papel clave a la hora de encontrar estrategias de diversificación durante periodos de fuertes movimientos del precio del petróleo.

Los resultados obtenidos en este artículo indican un cambio estructural durante la crisis financiera de 2008. Durante esta etapa, la relación entre los dos mercados pasó de ser negativa a positiva. El ciclo económico y sus implicaciones para el margen de beneficios, la demanda de petróleo y el comportamiento gregario pueden explicar este cambio en la dependencia. Una reducción en el precio de un factor de producción como es el petróleo incrementa el margen entre el precio de venta y el coste unitario de producción durante la fase expansiva del ciclo económico. Sin embargo, un incremento en el precio del petróleo suele implicar un incremento general en los costes de producción, lo cual se suele trasladar a los precios de venta. Esto explicaría la menor dependencia entre el petróleo y el mercado de renta variable en un escenario alcista para el precio del primero. La llegada de la crisis financiera supuso pérdidas para las empresas y un incremento acusado del desempleo, lo que se tradujo en un efecto de sustitución entre petróleo y empleo (Fernández *et al.*, 2012)<sup>1</sup> y en un descenso en la demanda de petróleo como factor de producción. Este estudio también muestra una reducción de la exposición de una cartera de renta variable a *shocks* del precio del petróleo, a través de la diversificación entre sectores con demanda más inelástica al ciclo económico, como el sector de cuidados intensivos.

Esta investigación tiene implicaciones para inversores y gestores de carteras, que tienen la necesidad de evaluar las pérdidas potenciales de su cartera en diferentes escenarios en relación al precio del petróleo con el fin de mejorar la cobertura al riesgo de *commodity*. También es importante para las autoridades regulatorias, que tienen que supervisar a las empresas que cotizan en el mercado, midan su exposición a las oscilaciones del precio del petróleo. Por último, los responsables políticos podrían estar interesados en métricas derivadas del test de estrés que permitan analizar los posibles riesgos de una transición disruptiva hacia una economía de bajo consumo en carbono y su potencial impacto en el precio del petróleo.

El resto del artículo presenta la siguiente estructura: en la sección 2 se ofrece una breve revisión de la literatura, en la sección 3 se describe de forma somera la metodología, en la 4 se presentan los datos utilizados para realizar el ejercicio empírico que compone la sección 5. Finalmente, la sección 6 resume las principales conclusiones de este trabajo.

---

1 Fernández *et al.* (2012), *op. cit.*

## 2. Revisión de la literatura

Los efectos de *shocks* en los precios del petróleo van más allá de la inflación y de un descenso de los beneficios de las empresas. Un *shock* en el precio del petróleo puede reflejarse también en medidas agregadas de producción y empleo (Hamilton, 1983; Mork, 1989; Hooker, 1999)<sup>2</sup>, ya que el precio del petróleo es un referente para la fijación de precios energéticos. Por otra parte, el rendimiento del mercado de renta variable se puede interpretar como un indicador de alta frecuencia de la economía real, lo que nos permite analizar el impacto a corto plazo de los *shocks* del precio del petróleo en la economía.

La literatura económica y financiera nos muestra que la relación entre petróleo y renta variable depende del tejido productivo de la bolsa de una determinada región (Arouri y Nguyen, 2010; Ramos y Veiga, 2013; Park y Ratti, 2008; Arouri, Jouni y Nguyen, 2011; Arouri, Jouni y Nguyen, 2012)<sup>3</sup>. En esta línea, en Lee, Yang y Huang (2012)<sup>4</sup> se indica que, dependiendo de la diversificación sectorial de cada país, el análisis de los índices domésticos puede enmascarar el impacto de un *shock* del precio del petróleo en la economía. Por este motivo, el ejercicio realizado en este artículo se lleva a cabo teniendo en cuenta una división sectorial del mercado de renta variable europeo, en vez de una división por países.

---

2 Hamilton, J.D. (1983). «Oil and the macroeconomy since World War II». *Journal of Political Economy*, Vol. 91, n.º 2, pp. 228-248; Mork, K.A. (1989). «Oil and the macroeconomy when prices go up and down: An extension of Hamilton's results». *Journal of Political Economy*, Vol. 97, n.º 3, pp. 40-744; Hooker, M.A. (1999). *Oil and the macroeconomy revisited*. FEDS Working Paper n.º 99-43.

3 Arouri, M. y Nguyen, D. (2010). «Oil prices, stock markets and portfolio investment: Evidence from sector analysis in Europe over the last decade». *Energy Policy*, Vol. 38, n.º 8, pp. 4.528-4.539; Ramos, S.B. y Veiga, H. (2013). «Oil price asymmetric effects: Answering the puzzle in international stock markets». *Energy Economics*, Vol. 38, pp. 136-145; Park, J. y Ratti, R. (2008). «Oil price shocks and stock markets in the U.S. and 13 European countries». *Energy Economics*, Vol. 30, n.º 5, pp. 2.587-2.608; Arouri, M., Jouini, J. y Nguyen, D. (2011). «Volatility spillovers between oil prices and stock sector returns: Implications for portfolio management». *Journal of International Money and Finance*, Vol. 30, n.º 7, pp. 1.387-1.405; Arouri, M., Jouini, J. y Nguyen, D. (2012). «On the impacts of oil price fluctuations on European equity markets: Volatility spillover and hedging effectiveness». *Energy Economics*, Vol. 34, n.º 2, pp. 611-617.

4 Lee, B.J., Yang, C.W. y Huang, B.N. (2012). «Oil price movements and stock markets revisited: A case of sector stock price indexes in the G-7 countries». *Energy Economics*, Vol. 34, n.º 5, pp. 1.284-1.300.

La presencia de no-linealidades hace referencia a los cambios en el comportamiento de la bolsa y el petróleo en escenarios extremos, en comparación con la conducta que se podría extrapolar en situaciones normales. Ciner (2001)<sup>5</sup> señala que ignorar este rasgo puede llevar a negar el impacto del precio del petróleo en el mercado de renta variable (Apergis y Miller, 2009; Chen, Roll y Ross, 1986; Huang, Masulis y Stoll, 1996)<sup>6</sup>. Reboredo (2010)<sup>7</sup> subraya esta característica en su análisis y encuentra cambios estructurales en la dependencia entre los mercados del petróleo y los de la renta variable. Esta dependencia es, además, asimétrica. Las variables presentan un comportamiento distinto en escenarios bajistas o alcistas, lo que debe tenerse en cuenta a la hora de diseñar un test de estrés. Así, Aloui, Hammoudeh y Nguyen (2013)<sup>8</sup> muestran evidencias del incremento en la dependencia entre ambos mercados en periodos de estrés financiero. Por último, la dependencia en las colas juega un papel clave a la hora de entender el vínculo entre ambos mercados en escenarios extremos, en particular en los bajistas (Aloui *et al.*, 2013; Nguyen y Bhatti, 2012; Wen, Wei y Huang, 2012)<sup>9</sup>. El comportamiento gregario de los inversores durante la fase contractiva del ciclo económico podría ayudar a explicar esta última característica.

Para reflejar todas las características que presenta la relación entre los mercados de renta variable y del petróleo se propone en este estudio combinar una metodología de cópulas, considerando simultáneamente asimetrías, dependencia en las colas y no-linealidades, con un enfoque de modelos Markov switching, que facilita la identificación de cambios estructurales en los datos. La enorme flexibilidad de la metodología de cópulas para reflejar diversos rasgos presentes en los datos financieros, se refleja en el creciente interés que ha suscitado en los últimos años para tratar el análisis de los *spillovers* entre los mercados del petróleo y la renta variable (Sukcharoen, Zohrabyan, Leatham y Wu, 2014; Nguyen y Bhatti, 2012; Wen *et al.*, 2012; Reboredo y Ugolini, 2016; Mensi, Hammoudeh, Shahzad y Shahbaz, 2017)<sup>10</sup>. El enfoque de

- 
- 5 Ciner, C. Energy shocks and financial markets: nonlinear linkages. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 5(3), 2001.. Link: <https://pdfs.semanticscholar.org/2380/e7262912232ca478b31225b8eb317ffb1abb.pdf>
- 6 Apergis, N. y Miller, S.M. (2009). «Do structural oil-market shocks affect stock prices?». *Energy Economics*, Vol. 31, n.º 4, pp. 569-575; Chen, N.F., Roll, R. y Ross, S.A. (1986). «Economic forces and the stock market». *Journal of Business*, Vol. 59, n.º 3, pp. 383-403; Huang, R., Masulis, R. y Stoll, H. (1996). «Energy shocks and financial markets». *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, Vol. 16, n.º 1, pp. 1-27.
- 7 Reboredo, J.C. (2010). «Nonlinear effects of oil shocks on stock returns: a Markov-switching approach». *Applied Economics*, Vol. 42, n.º 29, pp. 3.735-3.744.
- 8 Aloui, R., Hammoudeh, S. y Nguyen, D.K. (2013). «A time-varying copula approach to oil and stock market dependence: The case of transition economies». *Energy Economics*, Vol. 39, n.º C, pp. 208-221.
- 9 Aloui *et al.* (2013), *op. cit.*; Nguyen, C. y Bhatti, M. (2012). «Copula model dependency between oil prices and stock markets: Evidence from China and Vietnam». *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, Vol. 22, n.º 4, pp. 758-773; Wen, X., Wei, Y. y Huang, D. (2012). «Measuring contagion between energy market and stock market during financial crisis: A copula approach». *Energy Economics*, Vol. 34, n.º 5, pp. 1.435-1.446.
- 10 Sukcharoen, K., Zohrabyan, T., Leatham, D. y Wu, X.(2014). «Interdependence of oil prices and stock market indices: A copula approach». *Energy Economics*, Vol. 44, n.º C, pp. 331-339; Nguyen y Bhatti (2012), *op. cit.*; Wen *et al.* (2012), *op. cit.*; Reboredo, J.C. y Ugolini, A. (2016). «Quantile dependence of oil price movements and stock returns». *Energy Economics*, Vol. 54, n.º C, pp. 33-49; Mensi, W., Hammoudeh, S., Shahzad, S. y Shahbaz, M. (2017). «Modelling systemic risk and dependence structure between oil and stock markets using a variational mode decomposition-based copula method». *Journal of Banking & Finance*, Vol. 75, pp. 258-279.

Markov switching es una técnica sofisticada que permite identificar endógenamente diferentes regímenes a lo largo del tiempo con una interpretación económica clara. Esta clase de modelos se ha empleado para capturar cambios de régimen entre *shocks* del precio del petróleo y variables económicas como: el crecimiento del PIB (Raymond y Rich, 1997; Clements y Krolzig, 2002; Holmes y Wang, 2003; Manera y Cologni, 2006)<sup>11</sup>, el empleo sectorial (Fernández, Pérez y Ruiz, 2012)<sup>12</sup> o el rendimiento de los mercados de renta variable (Balcilar, Gupta y Miller, 2015; Reboredo, 2010; Aloui y Jammazi, 2009)<sup>13</sup>.

---

11 Raymond, J. y Rich, R. (1997). «Oil and the macroeconomy: A Markov state-switching approach». *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, n.º 2, pp. 193-213; Clements, M. y Krolzig, H. (2002). «Can oil shocks explain asymmetries in the US business cycle?». *Advances in Markov-Switching Models*, Springer, pp. 41-60; Holmes, M. y Wang, P. (2003). «Oil price shocks and the asymmetric adjustment of UK output: A Markov switching approach». *International Review of Applied Economics*, Vol. 17, n.º 2, pp. 181-192; Manera, M. y Cologni, A. (2006). *The Asymmetric Effects of Oil Shocks on Output Growth: A Markov-Switching Analysis for the G-7 Countries*. Fondazione Eni Enrico Mattei, Nota di Lavoro n.º 29.

12 Fernández, E., Pérez, R. y Ruiz, J. (2012). «Análisis dinámico del impacto de los shocks en el precio del petróleo sobre el empleo por sectores productivos». *Economía industrial*, Vol. 384, pp. 85-98.

13 Balcilar, M., Gupta, R. y Miller, S.M. (2015). «Regime switching model of US crude oil and stock market prices: 1859 to 2013». *Energy Economics*, Vol. 49, n.º C, pp. 317-327; Reboredo (2010), *op. cit.*; Aloui, C. y Jammazi, R. (2009). «The effects of crude oil shocks on stock market shifts behaviour: A regime switching approach». *Energy Economics*, Vol. 31, n.º 5, pp. 789-799.





### 3. Metodología

En esta sección se presenta primero el concepto de Valor en Riesgo Condicional (*CoVaR*), que será la principal medida obtenida del test de estrés realizado. Después se procederá a introducir la metodología de cópula, indicando cómo puede utilizarse para el cálculo del *CoVaR*. Finalmente se cierra la sección con los aspectos de la modelización referentes a la aplicación del enfoque de Markov switching y algunos detalles sobre la distribución marginal.

#### 3.1 El concepto de *CoVaR*

Esta sección presenta brevemente el concepto de percentil condicional a un determinado escenario, denominado *CoVaR* en la literatura (Adrian y Brunnermeier, 2016; Girardi y Ergün, 2013<sup>14</sup>). Esta medida otorga una visión condicional de la medida del Valor en Riesgo (*VaR*), ampliamente utilizado para la gestión del riesgo y para fijar los requisitos de capital en el sector financiero. El *CoVaR* traduce en pérdidas potenciales para el mercado de renta variable los *spillovers* que se generan desde el mercado del petróleo.

La diferencia entre las pérdidas máximas de la bolsa en un escenario de estrés en el mercado del petróleo (en adelante *CoVaR*) y las pérdidas máximas de la bolsa independientemente del escenario del petróleo (*VaR*) es una medida que nos aporta una magnitud de cuánto puede cambiar el riesgo de una cartera de renta variable cuando se materializa un escenario de estrés en el mercado del petróleo. Este indicador de dependencia resulta muy útil para los inversores, porque les ayuda a ser conscientes de las consecuencias negativas de la exposición al petróleo; también para las autoridades de mercado y responsables políticos, los cuales necesitan unos estimadores cuantitativos de los efectos de las oscilaciones de los precios del petróleo en el mercado de renta variable.

La medida del *CoVaR* se centra en la cola de los rendimientos de la renta variable, donde aparecen no-linealidades y asimetrías y donde los efectos del escenario considerado son más perjudiciales. Los escenarios que se consideran para el cálculo del *CoVaR* dependen de la situación del petróleo. Por un lado, se calcula un *CoVaR* alcista donde el petróleo se encuentra por encima del percentil de  $1 - \alpha$  rendimientos.

---

14 Adrian, T. and Brunnermeier, M. K. *CoVaR*. *American Economic Review*, 106(7):1705-41, 2016. Link: <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.20120555> Girardi, G. and Ergun, A. T. Systemic risk measurement: Multivariate GARCH estimation of *CoVaR*. *Journal of Banking and Finance*, 37(8):3169-3180, 2013. Link: [https://econpapers.repec.org/article/eejbfina/v\\_3a37\\_3ay\\_3a2013\\_3ai\\_3a8\\_3ap\\_3a3169-3180.htm](https://econpapers.repec.org/article/eejbfina/v_3a37_3ay_3a2013_3ai_3a8_3ap_3a3169-3180.htm)

En notación matemática:

$$P(r_o > VaR(1 - \alpha)) = \alpha,$$

donde  $VaR(1 - \alpha)$  indica el percentil  $(1 - \alpha)100\%$  de la distribución de los rendimientos del petróleo ( $r_o$ ). Por su parte, en el *CoVaR* bajista, se presenta un escenario donde el rendimiento del petróleo se encuentra por debajo del percentil  $\alpha$ , *i. e.*:

$$P(r_o < VaR(\alpha)) = \alpha.$$

Cuando estos escenarios se materializan, el *CoVaR* presenta un percentil  $\beta$  de la distribución de los rendimientos de renta variable. En otras palabras, el *CoVaR* bajista se obtiene implícitamente a partir de:

$$P(r_m < CoVaR | r_o < VaR(\alpha)) = \frac{P(r_m < CoVaR, r_o < VaR(\alpha))}{P(r_o < VaR(\alpha))} = \beta, \quad (1)$$

donde la ratio de la equivalencia entre la parte izquierda y derecha se deriva del teorema de Bayes<sup>15</sup>. Por otro lado, el *CoVaR* alcista se obtiene de forma implícita a partir de:

$$P(r_m < CoVaR | r_o > VaR(1 - \alpha)) = \frac{P(r_m < CoVaR, r_o > VaR(1 - \alpha))}{P(r_o > VaR(1 - \alpha))} = \beta, \quad (2)$$

### 3.2 La metodología de cópulas

El enfoque utilizado en este artículo permite obtener una descomposición directa de la probabilidad conjunta de observar ciertos sucesos, en la probabilidad de observar esos sucesos por separado y una función que define la relación entre ambos sucesos, llamada cópula. La cópula aporta una gran flexibilidad a la hora de modelizar la distribución conjunta, lo que permite reflejar distintas características como la dependencia asimétrica o la existencia de dependencia en la cola. El teorema de Sklar (1959)<sup>16</sup> permite establecer cualquier función de distribución conjunta como una combinación de funciones de distribución marginales y cópulas, es decir:

$$F(r_o, r_m) = C(F_o(r_o), F_m(r_m)), \quad (3)$$

donde  $F_k$  es la función de distribución marginal de una variable  $k = o, m$ , donde  $o$  es un subíndice para hacer referencia al mercado de petróleo,  $m$  hace referencia al mercado de renta variable y  $C(\dots)$  es una función de cópula.

15 El teorema de Bayes indica que la probabilidad de observar un suceso B condicionado a un suceso A se puede definir como la probabilidad conjunta de observar ambos sucesos estandarizada por la probabilidad de observar el suceso condicionante A, *i. e.*  $P(B|A) = \frac{P(B,A)}{P(A)}$ .

16 Sklar, M. (1959). «Fonctions de repartition à n dimensions et leurs marges». Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris, Vol. 8, pp. 229-231

Utilizando esta metodología, el numerador en la ecuación (1) puede expresarse como  $C(F_m(\text{CoVaR}), \alpha)$ , por lo que el  $\text{CoVaR}$  será aquel valor de los rendimientos del mercado de renta variable que haga cumplir la siguiente igualdad:

$$C(F_m(\text{CoVaR}), \alpha) - \alpha\beta = 0.$$

Mientras que en el caso del  $\text{CoVaR}$  alcista en la ecuación (2), la igualdad a cumplir será:

$$F_m(\text{CoVaR}) - C(F_m(\text{CoVaR}), 1 - \alpha) - \alpha\beta = 0.$$

Estimados los parámetros del modelo, podemos obtener el  $\text{CoVaR}$  para unos determinados valores de  $\alpha$  y  $\beta$  utilizando cualquier función que busque dónde las funciones anteriores se igualan a cero<sup>17</sup>.

### 3.3 Distribución marginal y estructura de dependencia

En esta subsección se introduce, en primer lugar, la modelización de las distribuciones marginales y en segundo lugar, la estructura de dependencia definida por la cópula que nos permite obtener la distribución conjunta.

#### 3.3.1 Distribución marginal

La distribución de la densidad marginal del rendimiento de los precios del petróleo ( $o$ ) y del mercado de renta variable ( $m$ ) viene representada por un modelo autorregresivo de primer orden (AR(1))<sup>18</sup>, i. e.:

$$r_{k,t} = \phi_{k,0} + \phi_{k,1}r_{k,t-1} + \epsilon_{k,t} \quad k = o, m \quad (4)$$

donde  $\phi_{k,j}$  es el parámetro del modelo AR(1) y  $\epsilon_{k,t} = \sigma_{k,t}z_{k,t}$ . La dinámica que sigue la varianza de  $\epsilon_{k,t}$  es un GJR-GARCH(1,1), la cual permite reflejar comportamiento asimétrico<sup>19</sup>, es decir:

$$\sigma_{k,t}^2 = \omega_k + \beta_k\sigma_{k,t-1}^2 + (\alpha_k + \gamma_k\mathbb{1}_{\epsilon_{k,t}<0})\epsilon_{k,t-1}^2, \quad k = o, m \quad (5)$$

17 En particular, en este trabajo se ha utilizado la función *fzero* del software MATLAB para encontrar este valor.

18 El proceso autorregresivo es un modelo de regresión en el que las variables explicativas son la misma variable dependiente retardada  $p$  veces, donde  $p$  indica el número de retardos, i.e. el orden del modelo autorregresivo.

19 En un modelo GARCH, la varianza hoy viene explicada por tres componentes relacionados: la varianza del periodo anterior, el cuadrado de la parte no predecible del modelo autorregresivo y un componente de varianza a largo plazo. El comportamiento asimétrico del GJR-GARCH está reflejado en el hecho de que las noticias negativas incrementan más la varianza del mercado que las noticias positivas.

donde  $\omega_k$ ,  $\beta_k$  y  $\alpha_k$  son los parámetros del modelo GARCH y  $\mathbb{1}_{\epsilon_{k,t} < 0}$  es una función indicadora que vale 1 si  $\epsilon_{k,t} < 0$  y 0 en caso contrario.  $\gamma_k$  captura el efecto apalancamiento, es decir, el hecho de que los *shocks* negativos tienen mayor impacto en la varianza que los positivos. Cuando  $\gamma_k = 0$ , obtenemos el modelo GARCH. Por último,  $z_{k,t}$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida con media cero y varianza unitaria que sigue una distribución t de Student asimétrica (Hansen, 1994)<sup>20</sup>. Su función de densidad es:

$$f(z_{k,t}|\eta_k, \lambda_k) = \begin{cases} bc \left( 1 + \frac{1}{\eta_k - 2} \left( \frac{b z_{k,t} + a}{1 - \lambda_k} \right)^2 \right)^{-\frac{\eta_k + 1}{2}} & \text{si } z_{k,t} < -a/b \\ bc \left( 1 + \frac{1}{\eta_k - 2} \left( \frac{b z_{k,t} + a}{1 + \lambda_k} \right)^2 \right)^{-\frac{\eta_k + 1}{2}} & \text{si } z_{k,t} \geq -a/b \end{cases} \quad (6)$$

donde  $2 < \eta_k < \infty$  y  $-1 < \lambda_k < 1$ . Las constantes  $a$ ,  $b$  y  $c$ , vienen dadas por  $a = 4c\lambda_k \left( \frac{\eta_k - 2}{\eta_k - 1} \right)$ ,  $b = \sqrt{1 + 3\lambda_k^2 - a^2}$  y  $c = \frac{\Gamma(\frac{\eta_k + 1}{2})}{\sqrt{\pi(\eta_k - 2)}\Gamma(\frac{\eta_k}{2})}$ . Nótese que cuando  $\lambda_k = 0$  la ecuación (6) se reduce a la distribución normal a medida que el número de grados de libertad  $\eta_k$  tiende a infinito. Cuando  $\lambda_k = 0$  y el número de grados de libertad es finito, obtenemos la distribución t de Student estandarizada.

### 3.3.2 Estructura de dependencia

Inicialmente se consideran cinco tipos de cópulas para reflejar las relaciones entre las variables, que se escogen por sus distintas características en lo referente a la dependencia en la cola. La cópula Gaussiana y la de la t de Student permiten una asociación positiva y negativa entre variables. Mientras que la primera no presenta dependencia en las colas, la t de Student presenta una dependencia simétrica en las colas. Por su parte, las cópulas Gumbel y Clayton permiten solamente asociaciones asimétricas positivas. La cópula Clayton posee dependencia en la cola inferior, mientras que la cópula Gumbel presenta dependencia en la cola superior. Finalmente la cópula BB1, también llamada cópula Clayton-Gumbel, permite solo una asociación positiva, pero esta puede ser asimétrica. El cuadro 1 presenta las características de estas cópulas en términos de dependencia en la cola.

---

20 Hansen, B. E. (1994). «Autoregressive conditional density estimation». *International Economic Review*, Vol. 35, n.º 3, pp. 705-730.

Cópula	Dependencia en la cola inferior	Dependencia en la cola superior
Gaussiana	-	-
t de Student	$2 t_{\eta+1} \left( - \sqrt{\frac{(\eta+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right)$	$2 t_{\eta+1} \left( - \sqrt{\frac{(\eta+1)(1-\rho)}{1+\rho}} \right)$
Clayton	$2^{-\frac{1}{\theta}}$	-
Gumbel	-	$2 - 2^{\frac{1}{\theta}}$
BB1	$2^{-\frac{1}{\delta\theta}}$	$2 - 2^{\frac{1}{\delta}}$

Fuente: Ao, Kim y Amouzegar (2017); Jiang (2012), Joe y Hu (1996), Fischer (2003) y Joe (1997)<sup>21</sup>. Nota: - representa ausencia de dependencia en la cola.  $\rho$  y  $\nu$  son los parámetros de correlación y número de grados de libertad de la cópula t de Student.  $\theta$  es el parámetro de dependencia de la cópula Clayton y Gumbel, mientras que  $\theta$  y  $\delta$  son los dos parámetros de la cópula BB1.

Para permitir la existencia de una asociación negativa, se realiza una rotación de las cópulas no elípticas (las cópulas Clayton, Gumbel y BB1). El gráfico 1 muestra cómo cambia la simulación de realizaciones de una cópula cuando esta se rota 90 grados. Mediante la rotación de cópulas podemos conseguir una dependencia negativa entre los rendimientos de la bolsa y del petróleo, que las cópulas estándar no permiten. Este cambio en el signo de la relación entre estas variables ha sido ya identificado por la literatura (véanse, por ejemplo: Boldanov, Degiannakis y Filis, 2016; Filis, Degiannakis y Floros, 2011)<sup>22</sup>. El apéndice A presenta la forma funcional de las cópulas consideradas en este artículo para presentar los principales resultados, donde la se-

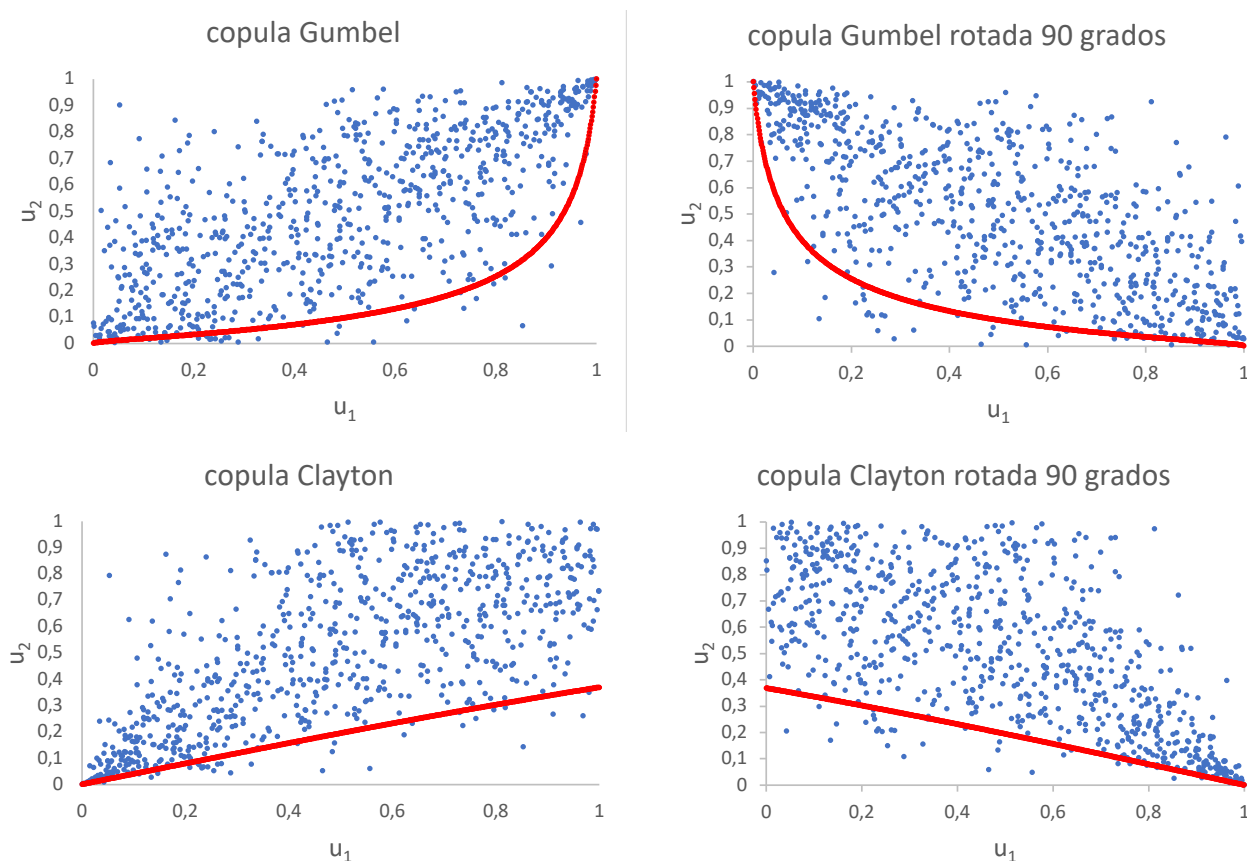
21 Ao, S.I., Kim, H.K. y Amouzegar, M.A. (2017). *Transactions on Engineering Technologies: World Congress on Engineering and Computer Science 2015*. Springer; Jiang, C. (2012). *Does tail dependence make a difference in the estimation of systemic risk*. Boston College, Technical report, CoVaR and MES Working Paper; Joe, H. y Hu, T. (1996). «Multivariate distributions from mixtures of max-infinitely divisible distributions». *Journal of multivariate analysis*, Vol. 57, n.º 2, pp. 240-265; Fischer, M.J. (2003). *Tailoring copula-based multivariate generalized hyperbolic secant distributions to financial return data: An empirical investigation*. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie, Technical report/Diskussionspapiere; Joe, H. (1997). *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. Chapman & Hall/CRC.

22 Boldanov, R., Degiannakis, S. y Filis, G. (2016). «Time-varying correlation between oil and stock market volatilities: Evidence from oil-importing and oil-exporting countries». *International Review of Financial Analysis*, Vol. 48, n.º C, pp. 209-220; Filis, G., Degiannakis, S. y Floros, C. (2011). «Dynamic correlation between stock market and oil prices: The case of oil-importing and oil-exporting countries». *International Review of Financial Analysis*, Vol. 20, n.º 3, pp. 152-164.

lección de las cópulas se realiza mediante herramientas analíticas<sup>23</sup> y gráficas<sup>24</sup>. Se pueden obtener más detalles sobre la forma funcional de las cópulas en Joe (2014)<sup>25</sup>.

### Simulación de dos variables uniformes con dependencia definida por una cópula

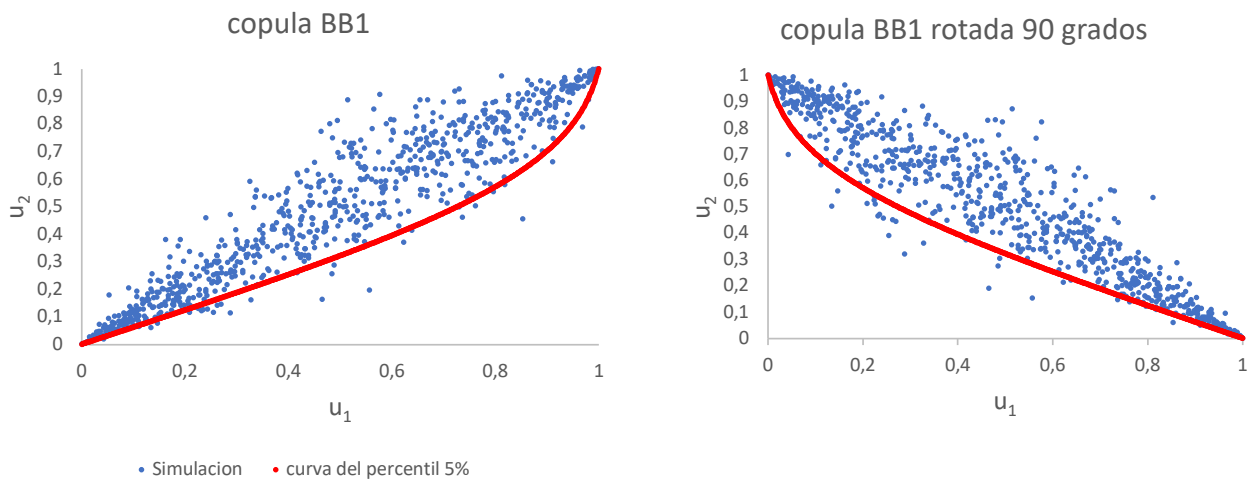
GRÁFICO 1



23 El criterio de Akaike corregido para sesgos en muestras pequeñas (AICC, por sus siglas en inglés) es el principal indicador para la selección de cópulas en la literatura. Véanse, entre otros: Brechmann, E. y Schepsmeier, U. (2013). «CDVine: Modeling dependence with C-and D-vine copulas in R». *Journal of Statistical Software*, Vol. 52, n.º 3, pp. 1-27; Reboredo, J.C. y Ugolini, A. (2015a). «A vine-copula conditional value-at-risk approach to systemic sovereign debt risk for the financial sector». *The North American Journal of Economics and Finance*, Vol. 32, n.º C, pp. 98-123; Reboredo, J.C. y Ugolini, A. (2015b). «Downside/upside price spillovers between precious metals: A vine copula approach». *The North American Journal of Economics and Finance*, Vol. 34, n.º C, pp. 84-102; Reboredo y Ugolini (2016), *op. cit.*; Rodríguez, J.C. (2007). «Measuring financial contagion: A copula approach». *Journal of Empirical Finance*, Vol. 14, n.º 3, pp. 401-423; Reboredo, J.C. (2011). «How do crude oil prices co-move?: A copula approach». *Energy Economics*, Vol. 33, n.º 5, pp. 948-955.

24 Las funciones de densidad empírica, las funciones lambda –Genest, C. y Rivest, L.P. (1993). «Statistical inference procedures for bivariate Archimedean copulas». *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 88, n.º 423, pp. 1.034-1.043; Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. y Bakken, H. (2009). «Pair-copula constructions of multiple dependence». *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 44, n.º 2, pp. 182-198; Brechmann y Schepsmeier (2013), *op. cit.*; Schepsmeier, U. (2010). *Maximum likelihood estimation of c-vine pair-copula constructions on bivariate copulas from different families*. Center of Mathematical Sciences, Munich University of Technology– y las funciones de concentración en la cola (TCF, por sus siglas en inglés) –Pappadà, R., Durante, F. y Torelli, N. (2018). «A graphical tool for copula selection based on tail dependence». *Classification, (Big) Data Analysis and Statistical Learning*, Springer, pp. 211-218– son las principales herramientas gráficas que se han utilizado en el análisis de los datos.

25 Joe, H. (2014). *Dependence Modeling with Copulas*. Chapman & Hall/CRC.



Fuente: Elaboración propia. Nota: Las figuras de la izquierda muestran las realizaciones de dos variables uniformes obtenidas a partir de cópulas Gumbel, Clayton y BB1, mientras que las figuras de la derecha muestran las realizaciones obtenidas a partir de la rotación de 90 grados de estas cópulas. Véase cómo hay una concentración de valores en la esquina superior derecha de la cópula Gumbel, que indica la dependencia en la cola superior. La cópula Clayton genera realizaciones donde la concentración es mayor en la esquina inferior izquierda, lo que refleja la existencia de dependencia en la cola inferior.

La línea roja muestra el umbral por debajo del cual, dado el valor tomado por la variable  $u_1$ , la variable  $u_2$  deja por debajo un 5% de sus observaciones, *i. e.* el cuantil 5% de la variable  $u_1|u_2$ .

En la simulación se han generado 800 realizaciones donde las cópulas Clayton y Gumbel tienen  $\theta = 2$  y la cópula BB1 posee  $\theta = 2$  y  $\delta = 2,5$  como valores de sus parámetros.

La especificación de Markov switching se aplica a la cópula, que combina las distribuciones marginales de petróleo y mercado de renta variable, de tal manera que, la dependencia existente está subordinada al estado en el que nos encontramos, es decir, siguiendo la ecuación (3) la distribución conjunta de los rendimientos derivados del petróleo y del mercado de renta variable sería:

$$F(r_o, r_m; s_t) = C(F_o(r_o), F_m(r_m); s_t),$$

donde  $s_t$  es el régimen en el que nos encontramos. Consideramos dos regímenes que nos permiten generar un modelo austero en el número de parámetros, pero flexible y con interpretación económica de cada estado. La función de distribución conjunta será la suma de la distribución conjunta bajo cada estado, ponderada por la probabilidad de encontrarnos en cada estado en el momento  $t$  ( $P(s_t|I_{t-1})$ ), donde  $I_{t-1}$  es el conjunto de información hasta el momento  $t-1$ . En otras palabras, podríamos ver la distribución conjunta como una mixtura de cópulas, donde los pesos de esta mixtura varían a lo largo del tiempo. La probabilidad de cambiar de un estado a otro en  $t+1$  condicionado a donde nos encontramos en  $t$  sigue una cadena de Markov de primer orden<sup>26</sup>. En cada momento  $t$  la verosimilitud de cada observación se escribe como:

$$L_t(r_{o,t}, r_{m,t}; I_{t-1}, \Theta_t) = f(r_{o,t}, r_{m,t} | \Theta_{s_t=1}, I_{t-1}) P(s_t = 1 | I_{t-1}) + f(r_{o,t}, r_{m,t} | \Theta_{s_t=2}, I_{t-1}) P(s_t = 2 | I_{t-1}) \quad (7)$$

26 Véase Fernández *et al.* (2012), *op. cit.*, para obtener un análisis más detallado sobre metodología de Switching Markov y su aplicación econométrica.

donde  $f(r_{o,t}, r_{m,t} | \Theta_{s_t=k}, I_{t-1}) = f(r_{o,t})f(r_{m,t})c(F(r_{o,t}), F(r_{m,t}); \Theta_{s_t=k})$  para  $k = 1, 2$  y  $\Theta_{s_t=k}$  son los parámetros de la cópula en el estado  $k$ , mientras que los parámetros de las distribuciones marginales se han omitido por comodidad en la notación. Si se utiliza una estimación por máxima verosimilitud para obtener los valores de los parámetros del modelo, ello implica maximizar la función  $\sum_{t=1}^T \log(L_t)$ , donde  $L_t$  viene definida por la ecuación (7). Nótese que, dicha función debe ser maximizada utilizando métodos no lineales, ya que depende de una forma no lineal del conjunto de parámetros<sup>27</sup>.

## Datos

El ejercicio empírico que se realiza en este trabajo utiliza datos semanales sobre petróleo, tipos de cambio y renta variable durante el periodo comprendido entre el 7/01/2000 y el 23/10/2015. La etapa analizada incluye varias crisis, donde el precio del petróleo ha sufrido amplias oscilaciones<sup>28</sup>.

En relación con el precio del petróleo, se emplea el precio spot del barril de Brent, disponible en la Agencia de Información Energética de EE. UU.<sup>29</sup> Este es el principal referente para establecer el precio del petróleo refinado y se considera la mejor aproximación a la cotización de los precios del petróleo (Sukcharoen *et al.*, 2014)<sup>30</sup>. El barril de Brent se negocia en dólares, por lo que se transforma en euros utilizando el tipo de cambio disponible en European Central Bank Statistical Data Warehouse<sup>31</sup>. Con respecto a las variables que describen el mercado de renta variable, se utiliza el índice de Eurostoxx y su descomposición en diez industrias que sigue la nomenclatura de clasificación industrial (ICB) obtenido de Datastream. La descomposición incluye: petróleo y gas, materiales básicos, industrial, bienes de consumo, cuidados sanitarios, servicios de consumo, telecomunicaciones, *utilities*, financieras y tecnológicas.

El gráfico 2 muestra la correlación entre los rendimientos semanales del petróleo y los de la renta variable a lo largo del tiempo, utilizando un enfoque de ventanas móviles, donde la ventana móvil abarca 5 años. La línea azul se refiere al Eurostoxx; la línea roja, a materiales básicos; y la línea amarilla, al sector de cuidados sanitarios. Dos conclusiones principales se extraen de este gráfico: la primera, que el sector sanitario presenta una correlación menor con el petróleo, en comparación con los otros rendimientos de renta variable; la segunda, alrededor del periodo 2008-2009, la correlación entre rendimientos de renta variable y petróleo experimenta un brusco incremento, coherente con la existencia de un cambio estructural en los datos.

27 La función *fminsearch* de MATLAB ofrece unos buenos estimadores, realizando transformaciones de los parámetros para mantenerlos en una región factible. El procedimiento de reparametrización seguido es similar al que aplican para estimar su modelo SWARCH Hamilton, J. y Susmel, R. (1994). «Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime». *Journal of Econometrics*, Vol. 64, n.ºs 1-2, pp. 307-333.

28 Ejemplos de estas oscilaciones en la muestra serían la crisis de las "punto com", la crisis financiera de 2008 o la crisis de deuda soberana europea.

29 <http://www.eia.doe.gov>

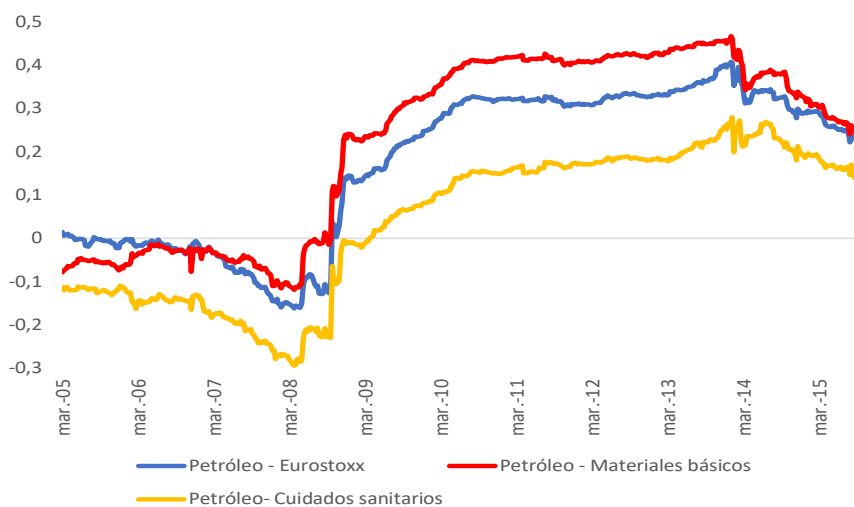
30 Sukcharoen *et al.* (2014), *op. cit.*

31 <https://sdw.ecb.europa.eu>



## Correlación cambiante en el tiempo entre rendimientos de bolsa y rendimientos derivados del petróleo

GRÁFICO 2



Fuente: Elaboración propia. Esta figura muestra la evolución de la correlación entre petróleo y Eurostoxx (línea azul), materiales básicos (línea roja) y cuidados sanitarios (línea amarilla). La correlación evoluciona a la largo del tiempo siguiendo un enfoque de ventanas móviles de los rendimientos semanales a la largo de una ventana de tamaño de 5 años.

### Ejercicio empírico

Para justificar la existencia de un cambio estructural y la necesidad de modelizarlo en nuestro estudio, esta sección presenta primero los resultados del test de razón de verosimilitudes. Posteriormente, se muestran los resultados de la probabilidad de encontrarnos en cada estado del modelo de Markov switching y, por último, se presentan los resultados del test de estrés en términos de cambios en la estimación del Valor en Riesgo (*VaR*).

### 3.4 Test de razón de verosimilitudes

El cuadro 2 muestra el resultado del test de razón de verosimilitudes. Este test nos permite contrastar la existencia de cambio estructural mediante la comparación de la verosimilitud de dos modelos, donde uno no permite cambios en la dependencia (modelo restringido) y otro, presentado como una extensión del modelo restringido, donde este cambio sí se permite. La hipótesis nula del test indica que ambos modelos son igualmente verosímiles, mientras que la hipótesis alternativa indica la verosimilitud superior del modelo no restringido sobre el restringido<sup>32</sup>. La hipótesis nula

32 Es necesario hacer una matización sobre el test de razón de verosimilitudes. Bajo el modelo restringido existe una serie de parámetros que no se encuentran identificados, por ejemplo los parámetros de la cadena de Markov, por lo que no se cumplen las condiciones de regularidad, las cuales nos permiten aproximar la distribución del estadístico a una distribución chi cuadrado según la hipótesis nula. En consecuencia, para obtener la distribución del estadístico bajo la hipótesis nula, se utiliza un proceso de *bootstrapping* como el utilizado por Cai, J. (1994). «A Markov model of switching-regime ARCH». *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 12, n.º 3, pp. 309-316.

se rechaza al 5% para todos los sectores, lo que justifica la necesidad de modelizar un cambio estructural en los datos, en sintonía con el resultado obtenido por otros estudios como Reboredo y Ugolini (2016)<sup>33</sup>.

**Valores estadísticos razón de verosimilitudes y p-valor obtenido mediante un procedimiento de bootstrapping**

CUADRO 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
LR	13.70	15.96	15.13	7.27	15.57	10.34	16.95	16.29	9.33	17.34	18.09
p-valor	0.002	0.000	0.000	0.016	0.002	0.018	0.000	0.004	0.012	0.008	0.000

Fuente: Elaboración propia. Nota: Esta tabla muestra el valor del estadístico razón de verosimilitudes, *i. e.*  $LR = -2(\log(L_R) - \log(L_{UR}))$ , donde  $L_R$  es el valor de máxima verosimilitud del modelo restringido (donde no hay cambio entre estados) y  $L_{UR}$  es el valor de máxima verosimilitud del modelo no restringido (con cambio en la dependencia entre estados). La distribución bajo la hipótesis nula se obtiene por simulación MonteCarlo. Las cópulas bajo los modelos restringido y no restringido son aquellas óptimas según el criterio de Akaike corregido para muestras pequeñas.

A: Eurostoxx; B: petróleo y gas; C: materiales básicos; D: industriales; E: bienes de consumo; F: cuidados sanitarios; G: servicios de consumo; H: telecomunicaciones; I: *utilities*; J: financieras; K: tecnológicas.

### 3.5 Estados bajo el modelo de Switching Markov

El gráfico 3 indica la probabilidad de encontrarnos en un escenario de dependencia negativa, entre los rendimientos del petróleo y los rendimientos del Eurostoxx, con una mayor dependencia cuando el precio del petróleo baja que cuando sube. Este escenario corresponde de forma principal al periodo anterior a 2008. Con posterioridad a 2008, la dependencia entre sectores pasa a ser positiva, con dependencia en la cola izquierda. Este resultado de aumento de la dependencia en la cola inferior coincide con el obtenido por Reboredo y Ugolini (2016), Wen *et al.* (2012) y Aloui *et al.* (2013)<sup>34</sup>. Aloui *et al.* (2013) relaciona la presencia de dependencia en la cola inferior con la existencia de comportamiento gregario de los inversores.

La siguiente subsección analiza la respuesta de la medida de riesgo *VaR* del Eurostoxx y el sector de cuidados sanitarios frente a escenarios alcistas o bajista del precio del petróleo. Estos dos sectores del mercado de renta variable se han seleccionado debido a la distinta dependencia que presentan, con respecto al petróleo (cuadro 3).

33 Reboredo y Ugolini (2016), *op. cit.*

34 Reboredo y Ugolini (2016), *op. cit.*; Wen *et al.* (2012), *op. cit.*; Aloui *et al.* (2013), *op. cit.*

**Parámetros estimados para la distribución conjunta usando una mixtura de cópulas donde sus pesos vienen dados por la probabilidad de encontrarnos en cada estado** CUADRO 3

	A	L	F	L
$\phi_{\kappa,0}$	0,00 (0,00)	0,00 (0,00)	$\phi_{\kappa,0}$ 0,00** (0,00)	0,00 (0,00)
$\phi_{\kappa,1}$	-0,07** -0,04	0,03 -0,04	$\phi_{\kappa,1}$ -0,10*** (0,04)	0,04 (0,04)
$\omega_{\kappa}$	0,00** (0,00)	0,00* (0,00)	$\omega_{\kappa}$ 0,00 (0,00)	0,00* (0,00)
$\alpha_{\kappa}$	0,00 (0,04)	0,05** (0,03)	$\alpha_{\kappa}$ 0,04* (0,03)	0,04** (0,03)
$\beta_{\kappa}$	0,84*** -0,07	0,90*** -0,03	$\beta_{\kappa}$ 0,88*** (0,07)	0,90*** (0,03)
$\gamma_{\kappa}$	0,22*** (0,07)	0,08** (0,04)	$\gamma_{\kappa}$ 0,06 (0,05)	0,07** (0,04)
$\lambda_{\kappa}$	-0,37*** (0,04)	-0,27*** (0,05)	$\lambda_{\kappa}$ -0,21*** (0,05)	-0,23*** (0,05)
$\eta_{\kappa}$	12,13*** (0,46)	11,99*** (0,89)	$\eta_{\kappa}$ 8,77*** (0,86)	13,98*** (0,89)
	90RClayton-Clayton		Student-Gaussian	
$\theta_{st=1}$	0,3877*** (0,16)		$\rho_{st=1}$ -0,2788*** (0,09)	
$\theta_{st=2}$	0,2742*** (0,06)		$\eta_{st=1}$ 6,7021*** (1,54)	
$\rho_{11}$	0,9838*** (0,01)		$\rho_{st=2}$ 0,1279** (0,06)	
$\rho_{22}$	0,9956*** (0,00)		$\rho_{11}$ 0,9793*** (0,01)	
LL	3104,40		$\rho_{22}$ 0,9890*** (0,01)	
			LL	3086,64

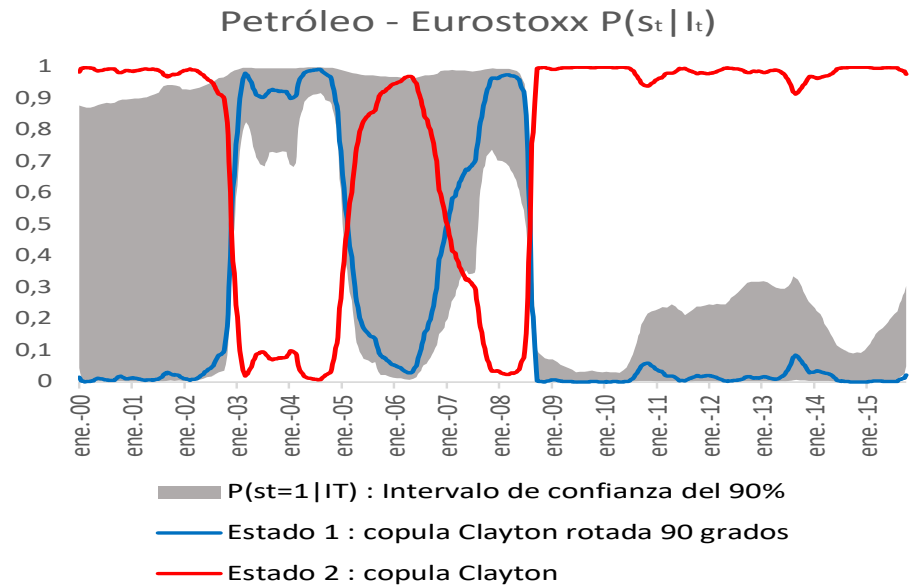
Esta tabla muestra los estimadores y sus desviaciones estándar (en paréntesis) para los parámetros del modelo marginal dado por las Ecuaciones (4), (5) y (6) y para la mejor mixtura de cópulas siguiendo el criterio de información AICC

\*\*\*/\*\*/\* indica significatividad estadística al 1/5/10%.

La cópula evoluciona siguiendo una especificación de "Switching Markov" de dos estados.  $\rho_{ii}$  e indica la probabilidad de permanecer en el estado  $i$ . Cada par de columnas x-L presenta un modelo completamente estimado entre el mercado de renta variable (x) y los rendimientos del petróleo (L: petróleo): A: EUROSTOXX; F: cuidados sanitarios. El resto de sectores se encuentran disponibles si son solicitados.

La relación EUROSTOXX-petróleo es definida bajo el escenario 1 por una cópula de Clayton rotada 90 grados, mientras que bajo el estado 2 se utiliza una cópula de Clayton estándar, i.e. sin rotar. La relación entre el sector sanitario y petróleo es definida bajo el estado 1 por una cópula t de Student, mientras que bajo el estado 2 se utiliza una cópula gaussiana.

Fuente: Elaboración propia.



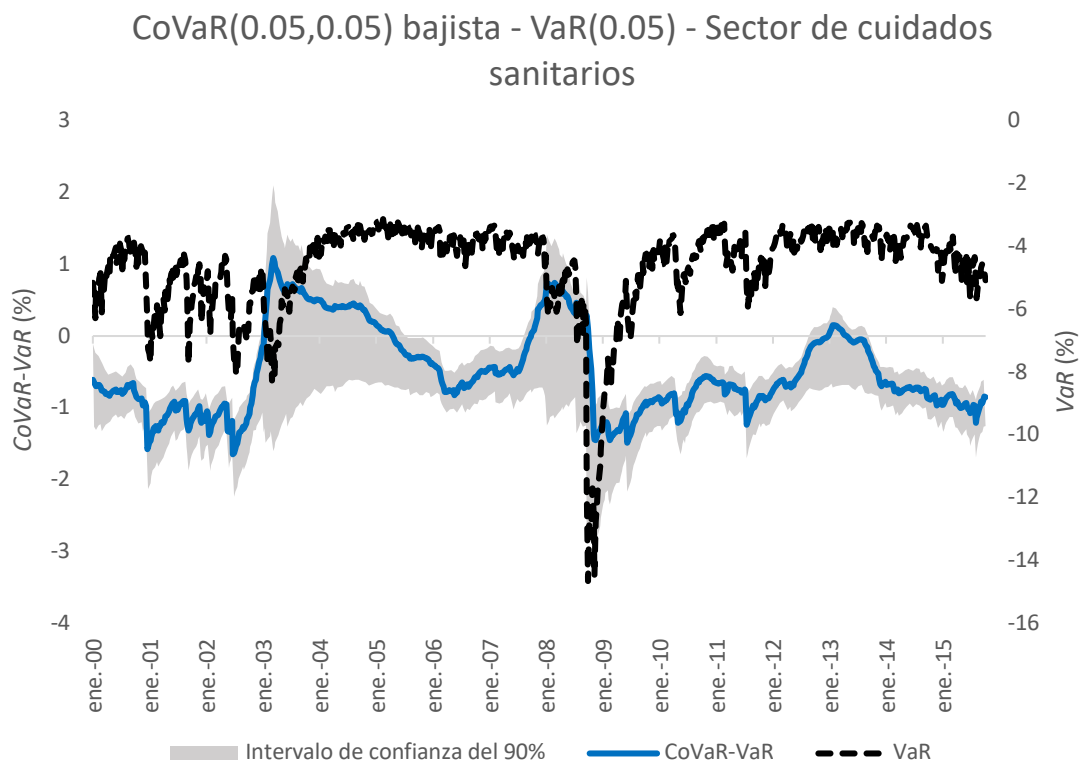
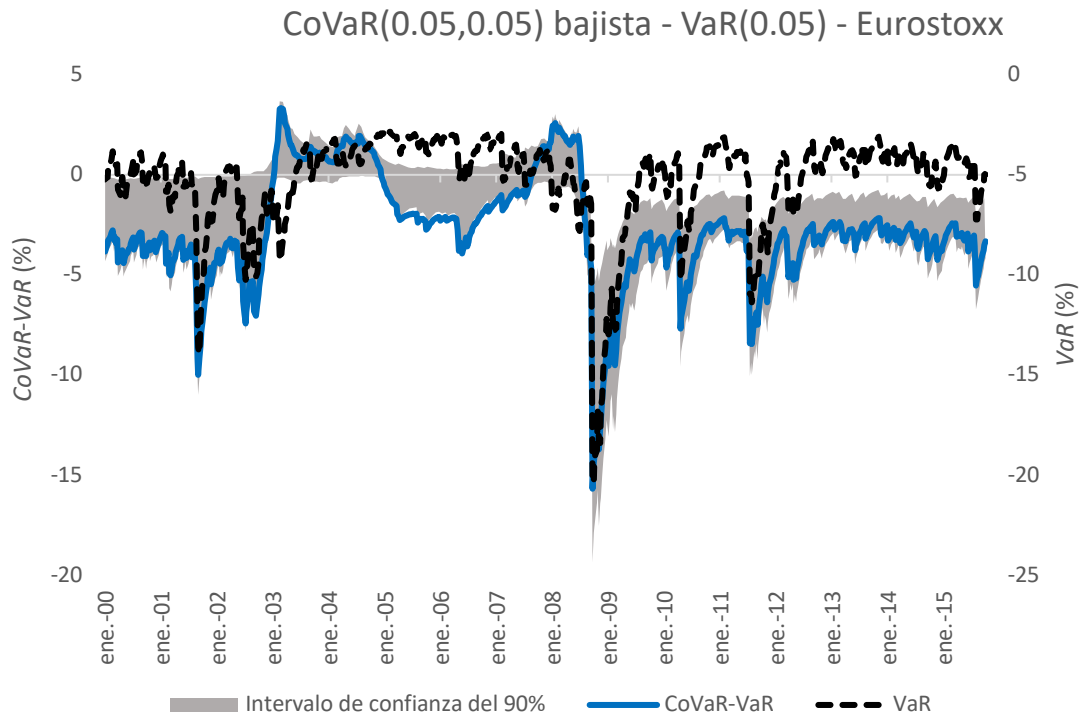
Fuente: Elaboración propia. Nota: El gráfico muestra las probabilidades suavizadas, i. e. las probabilidades de estar en uno u otro estado dada toda la información contenida en la muestra. Estas probabilidades suavizadas se obtienen a partir del algoritmo de Kim (1994)<sup>35</sup>. El área gris muestra un intervalo de confianza del 90% obtenido mediante bootstrapping. Las probabilidades suavizadas para el resto de sectores están disponibles si se solicitan<sup>36</sup>.

### 3.6 Test de estrés de la métrica de riesgo VaR de los índices de renta variable a un shock en el petróleo

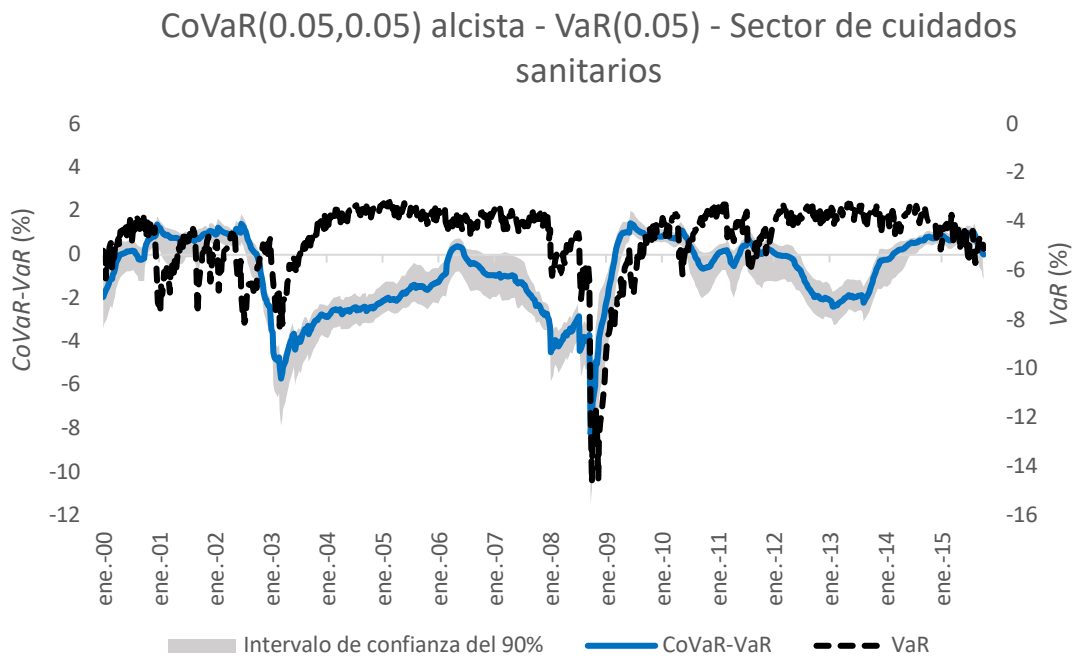
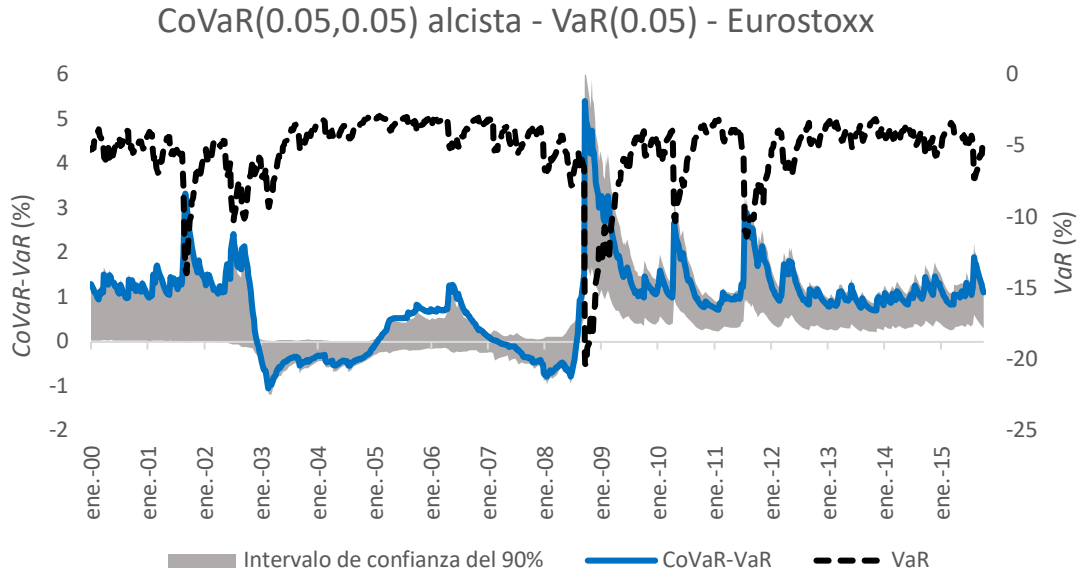
Los gráficos 4 y 5 muestran los principales cambios en el VaR cuando el escenario se materializa. El eje izquierdo refleja la diferencia entre el CoVaR y el VaR (línea azul); y el área gris indica el intervalo de confianza al 90%. El eje derecho muestra el Valor-en-Riesgo incondicional en la línea negra. El VaR del Eurostoxx se encuentra en torno al -6%, mientras que las pérdidas del sector sanitario son inferiores, con rendimientos en torno al -5%. Asimismo, bajo el escenario bajista del precio del petróleo, este cambio en las pérdidas presenta una menor variabilidad en la rentabilidad del sector sanitario (entre el 2% y el -2%) que en el Eurostoxx (entre el 5% y el -12%). Por otro lado, bajo un escenario alcista para el precio del petróleo, el cambio que se produce en el VaR del sector sanitario presenta un patrón distinto al mostrado por el Eurostoxx. Esta diferencia puede llevar a ventajas de diversificación, debido a la distinta respuesta que presentan ambos activos frente a un mismo escenario para el precio del petróleo.

35 Kim, C. (1994). «Dynamic linear models with Markov-switching». *Journal of Econometrics*, Vol. 60, n.º 1-2, pp. 1-22.

36 También pueden consultarse en Ojea Ferreiro, Javier. (2019). Structural change in the link between oil and the European stock market: implications for risk management. *Dependence Modeling*. 7. 53-125.



Fuente: Elaboración propia.



Fuente: Elaboración propia.

## 4 Conclusiones

Este artículo propone la aplicación de una metodología de cópula combinada con un enfoque de regímenes cambiantes estocásticos para diseñar escenarios de estrés, relacionados con eventos energéticos y analizar la respuesta del mercado de renta variable a estos. Esta metodología sirve como herramienta para identificar potenciales cambios en las medidas de riesgo, que los inversores de carteras utilizan como referencia para su gestión, *i. e.* el Valor en Riesgo (*VaR*).

La utilización adicional del Valor en Riesgo Condicional, o *CoVaR*, ayuda a entender mejor la conexión existente bajo escenarios extremos. Es decir, ofrece una estimación más robusta a valores atípicos que las respuestas medias. Económicamente, la propuesta defendida en este estudio permite reflejar no linealidades, asimetrías en las respuestas y dependencia en las colas, así como cambios estructurales en esta relación entre rendimientos de renta variable y rendimientos derivados del precio del petróleo.

El ejercicio empírico utiliza datos semanales de las bolsas europeas y del precio del petróleo durante el periodo 2000-2015 y halla un cambio estructural en la relación entre variables con el estallido de la crisis financiera de 2008. Este cambio puede encontrarse estrechamente relacionado con el ciclo económico. Antes de 2008, la relación entre ambos sectores era negativa: cuando caía el precio del petróleo; la caída se traducía en mayores rendimientos de la bolsa europea. Esta relación podría explicarse por el incremento del margen de ganancias a caer coste de producción de las empresas, mientras que los incrementos en el precio del petróleo se reflejarían en el precio final, lo que daría lugar a inflación a medio plazo. El hecho de que este sea un proceso gradual explicaría que la dependencia sea inferior cuando el precio del petróleo se incrementa.

La crisis de 2008 dio lugar a pérdidas en las empresas europeas, que implicaron una reducción en la demanda de petróleo, lo que, a su vez, condujo a una caída de su precio; esto explica la dependencia positiva en la cola izquierda después de 2008. Esta conexión entre el comovimiento entre los sectores económicos y el precio del petróleo a través del ciclo económico ya fue señalada por Andreopoulos (2009)<sup>37</sup> para la economía de EE. UU. Los resultados del test de estrés muestran una divergencia en la respuesta de distintos sectores, frente a un mismo escenario para el precio del petróleo, lo que se podría deber a la diferente elasticidad de la demanda de los productos de estos sectores y a la sensibilidad de los flujos de caja de estos sectores a cambios en el precio del petróleo.

---

37 Andreopoulos, S. (2009). «Oil matters: Real input prices and US unemployment revisited». *The BE Journal of Macroeconomics*, Vol. 9, n.º 1.

En el análisis realizado en este artículo, el tipo de cambio podría desempeñar un rol clave mitigando o acentuando un *shock* en el precio del petróleo, dado que esta materia prima se encuentra denominada en dólares, que se transforman a euros para realizar el análisis. Como futura línea de investigación, podría ser de interés estudiar por separado la influencia que tienen tanto los precios del petróleo como el tipo de cambio sobre el comportamiento de los rendimientos de la renta variable europea.

Los resultados de este estudio son de interés para los gestores de carteras, que quieren comprobar cuánto cambiarían las medidas de riesgo de sus inversiones, frente a determinados escenarios relacionados con el precio del petróleo. Los inversores también están interesados en conocer cuáles podrían ser las estrategias de diversificación, en el caso de que dichos riesgos energéticos se materializasen. Las autoridades regulatorias también tienen interés en monitorizar el comportamiento de los distintos sectores productivos, en un marco de transición hacia energías limpias. Por último, los *responsables políticos* necesitan medidas cuantitativas que puedan traducir la respuesta de los sectores productivos a inestabilidades en el precio del petróleo en pérdidas potenciales.



## 5 Apéndice

### Apéndice A: Formas funcionales de las cópulas óptimas seleccionadas

**Cópula gaussiana.** Esta cópula tiene un parámetro  $\rho$  que recoge la correlación lineal. No hay una expresión de fórmula cerrada para la cópula gaussiana, ya que se trata de una cópula implícita.

La función de densidad de cópula es:

$$c(u_1, u_2; \rho) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{\rho^2 \Phi^{-1}(u_1)^2 - 2\rho \Phi(u_1)\Phi(u_2) + \rho^2 \Phi^{-1}(u_2)^2}{2(1-\rho^2)} \right\}$$

Donde  $\Phi^{-1}$  indica la función inversa de la función de distribución gaussiana.  $u_1$  y  $u_2$  son la representación integral de la función de distribuciones marginales. Meyer (2013)<sup>38</sup> analiza en profundidad esta cópula.

**Cópula t de Student.** Este tipo de cópula permite la dependencia en las colas positiva y negativa. El parámetro  $\rho$  mide la correlación, y el parámetro  $\eta$ , los números de grados de libertad, por lo que controla la probabilidad de observar realizaciones extremas de las variables analizadas. Al igual que la cópula gaussiana, se trata de una cópula implícita, por lo que su forma funcional se obtiene mediante la doble integral de su densidad de cópula.

La función de densidad de cópula es:

$$c(u_1, u_2; \rho, \eta) = K \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{T_\eta^{-1}(u_1)^2 - 2\rho T_\eta^{-1}(u_1)T_\eta^{-1}(u_2) + T_\eta^{-1}(u_2)^2}{\eta(1-\rho^2)} \right\}^{\frac{\eta+2}{2}}$$

$$\left[ (1 + \eta^{-1}T_\eta^{-1}(u_1)^2)(1 + \eta^{-1}T_\eta^{-1}(u_2)^2) \right]^{\frac{(\eta+1)}{2}}$$

where  $K = \Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\eta+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\eta+2}{2}\right)$

Demarta y McNeil (2005)<sup>39</sup> presentan un estudio detallado sobre esta cópula.

**Cópula Clayton.** Esta cópula permite una relación positiva entre variables con dependencia en la cola inferior. El parámetro  $\theta$  de la cópula toma valores entre 0

38 Meyer, C. (2013). «The bivariate normal copula». *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 42, n.º 13, pp. 2.402-2.422.

39 Demarta, S. y McNeil, A.J. (2005). «The t copula and related copulas». *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, Vol. 73, n.º 1, pp. 111-129.

(independencia) e infinito (dependencia perfecta). La forma funcional de la cópula Clayton es:

$$C(u_1, u_2; \theta) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}},$$

y la cópula de densidad es:

$$c(u_1, u_2; \theta) = (\theta + 1)(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-2-\frac{1}{\theta}}(u_1 u_2)^{-\theta-1}.$$

La cópula Clayton rotada 90 grados se obtiene como:

$$C_{90}(u_1, u_2; \theta) = u_2 - C(1 - u_1, u_2),$$

donde  $C(\dots)$  corresponde a la cópula Clayton, mientras que su densidad de cópula es  $c(1 - u_1, u_2; \theta)$ , donde la densidad de cópula utilizada es la de Clayton.

**Cópula Gumbel.** Esta cópula permite una relación positiva entre variables con dependencia en la cola superior. El parámetro  $\theta$  de la cópula toma valores entre 1 (independencia) e infinito (dependencia perfecta). La forma funcional de la cópula Gumbel es:

$$C(u_1, u_2; \theta) = \exp\left(-\{(-\log(u_1))^\theta + (-\log(u_2))^\theta\}^{\frac{1}{\theta}}\right),$$

y la cópula de densidad es:

$$c(u_1, u_2; \theta) = (A + \theta - 1)A^{1-2\theta} \exp(-A) (u_1 u_2)^{-1} (-\log(u_1))^{\theta-1} (-\log(u_2))^{\theta-1}.$$

$$\text{Donde } A = [(-\log(u_1))^\theta + (-\log(u_2))^\theta]^{\frac{1}{\theta}}.$$

La cópula Gumbel rotada 90 grados se obtiene como:

$$C_{90}(u_1, u_2; \theta) = u_2 - C(1 - u_1, u_2),$$

donde  $C(\dots)$  corresponde a la cópula Gumbel, mientras que su densidad de cópula es  $c(1 - u_1, u_2; \theta)$ , donde la densidad de cópula utilizada es la de Gumbel.

**Cópula BB1 o cópula Clayton-Gumbel.** Esta cópula permite una relación positiva entre variables con dependencia asimétrica en ambas colas. Los parámetros  $\theta$  y  $\delta$  de la cópula regulan el tipo de dependencia con la que nos encontramos. El parámetro  $\theta$  toma valores entre 0 e infinito, regulando la dependencia en la cola inferior, mientras que el parámetro  $\delta$  toma valores entre 1 e infinito, modelando la relación en la cola superior.<sup>40</sup> La forma funcional de la cópula Gumbel es:

---

40 Véase por ejemplo Venter, G. (2002) *Tails of copulas*. In *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, volume 89, pages 68-113 o Nicoloutsopoulos, D. (2005) *Parametric and Bayesian non-parametric estimation of copulas*. PhD thesis, University of London

$$C(u_1, u_2; \theta) = \left( 1 + \left[ (u_1^{-\theta} - 1)^\delta + (u_2^{-\theta} - 1)^\delta \right]^{\frac{1}{\delta}} \right)^{-\frac{1}{\theta}},$$

y la c3pula de densidad es:

$$c(u_1, u_2; \theta) = (u_1 u_2)^{-\theta-1} (ab)^{\delta-1} c^{\frac{1}{\delta}-2} d^{-\frac{1}{\theta}-1} \left\{ d^{-1} c^{\frac{1}{\delta}} (1 + \theta) + \theta (\delta - 1) \right\}.$$

$$\text{Donde } a = u_1^{-\theta} - 1, b = u_2^{-\theta} - 1, c = a^\delta + b^\delta \text{ y } d = 1 + c^{\frac{1}{\delta}}.$$

La c3pula BB1 rotada 90 grados se obtiene como:

$$C_{90}(u_1, u_2; \theta) = u_2 - C(1 - u_1, u_2),$$

donde  $C(\dots)$  corresponde a la c3pula BB1, mientras que su densidad de c3pula es  $c(1 - u_1, u_2; \theta)$ , donde la densidad de c3pula utilizada es la de BB1.







